Linguagens Formais e Autômatos

Segunda prova - 01/07/2010 - UNIVASF - Prof. Marcus Ramos

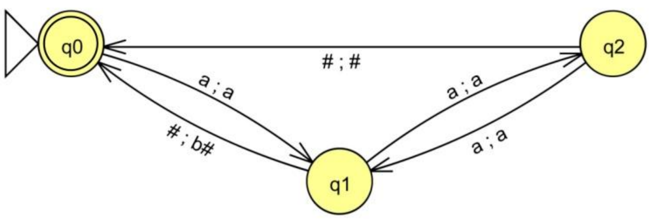
>>>> Seja <u>conciso</u> e <u>objetivo</u> nas suas respostas <<<<

1. (1 ponto) Obtenha um transdutor finito (Mealy ou Moore) que reconheça a linguagem (aa*#)* e efetue a sua transdução conforme as seguintes regras:

   - Para cada seqüência $x \in aa^*$, se ela possuir comprimento par, ela deverá ser preservada de forma idêntica na saída;
   - Para cada seqüência $x \in aa^*$, se ela possuir comprimento ímpar, ela deverá ser convertida para a seqüência xb, com comprimento par.

   Exemplos de transdução:

   - aa#aaa# *gera* aa#aaab#
   - aaa#aaaaa#aaaaaaa# *gera* aaab#aaaaab#aaaaaaab#
   - a#aa#aaa# *gera* ab#aa#aaab#
   - a# *gera* ab#



2. (1 ponto) Prove que a linguagem $\{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w|_a=|w|_b\}$[1] não é regular.

   Seja n a constante do Pumping Lemma para as linguagens regulares e considere a sentença $w=a^nb^n$. Como w=xyz, com $|xy|\leq n$ e $|y|\geq 1$, segue que a cadeia y é formada por pelo menos um símbolo a. Considere a cadeia xz. Como ela possui uma quantidade de símbolos a menor que a quantidade de símbolos b, segue que xz não pertence à linguagem e portanto a linguagem não é regular.

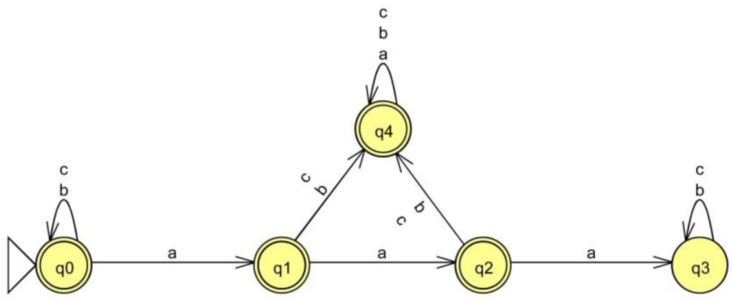
3. (1 ponto) Prove que a linguagem $\{w \in \{a,b,c,\}^* \mid |w|_a$ é ímpar, $|w|_b$ é par, $|w|_c$ não é múltiplo de 3} é regular.

   $L_1=\{w \in \{a,b,c,\}^* \mid |w|_a$ é ímpar} é regular, pois $L_1=(b|c)^*a((b|c)^*a(b|c)^*a)^*(b|c)^*$
   $L_2=\{w \in \{a,b,c,\}^* \mid |w|_b$ é par} é regular, pois $L_2=((a|c)^*b(a|c)^*b)^*(a|c)^*$
   $L_3=\{w \in \{a,b,c,\}^* \mid |w|_c$ é múltiplo de 3} é regular, pois $L_3=((a|c)^*c(a|b)^*c(a|b)^*c(a|b)^*)^*$

   Como a classe das linguagens regulares é fechada em relação à operação de complementação, segue que $\sim L_3$ (o complemento de L_3) também é regular. Como a classe das linguagens regulares é fechada em relação à operação de intersecção, segue que $L_1 \cap L_2 \cap \sim L_3$ também é regular.

4. (1 ponto) Obtenha um autômato finito que reconheça o complemento da linguagem (b|c)*aaa(b|c)*.

[1] $|w|_\sigma$ denota a quantidade de símbolos "σ" na cadeia "w".

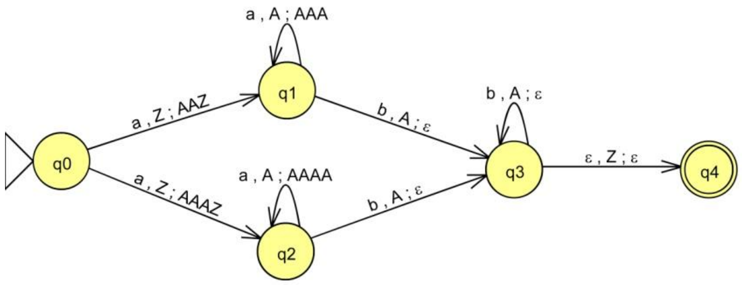


5. (1 ponto) Obtenha uma gramática livre de contexto que gere a linguagem $\{a^i b^j \mid i \neq j\}$.

$S \rightarrow aSb \mid X \mid Y$
$X \rightarrow aX \mid a$
$Y \rightarrow bY \mid b$

6. (1 ponto) Obtenha um autômato de pilha que reconheça a linguagem $\{a^i b^j \mid (j=2i) \text{ ou } (j=3i)\}$.

Autômato não-determinístico com citério de aceitação "estado final":



7. (1 ponto) Conceitue:

   a) Derivação mais à esquerda;

      Quando o símbolo não-terminal substituído é o que se encontra mais à esquerda na forma sentencial corrente.

   b) Derivação mais à direita;

      Quando o símbolo não-terminal substituído é o que se encontra mais à direita na forma sentencial corrente.

   c) Árvore de derivação;

      Representação gráfica da estrutura de uma sentença gerada por uma gramática livre de contexto. Os nós pais correspondem ao lado esquerdo da regra utilizada na derivação e os nós filhos correspondem aos símbolos que compõem o lado direito da mesma regra. A raiz da árvore é a raiz da gramática.

   d) Gramática ambígua;

      Gramática que gera uma linguagem que contém pelo menos uma sentença para a qual existem duas ou mais seqüências de derivações feitas exclusivamente mais à esquerda ou mais à direita. Ou ainda, para a qual existem dua sou mais árvores de derivação distintas.

e) Linguagem inerentemente ambígua.

Linguagem para a qual todas as gramáticas que a geram são ambíguas. Ou seja, para a qual não existam gramáticas não-ambíguas.

8. (1 ponto) Escolha uma simplificação qualquer para gramáticas livres de contexto e responda às perguntas:

   a. Descreva a transformação efetuada por essa simplificação (entradas requeridas e saídas geradas);

   Eliminação de símbolos inacessíveis: aceita como entrada uma gramática livre de contexto qualquer, e gera como saída uma gramática livre de contexto isenta de símbolos inacessíveis. Símbolo inacessível (terminal ou não-terminal) é aquele que não comparece em nenhuma forma sentencial gerada a partir da raiz da gramática.

   b. Descreva, em linhas gerais e com exemplos, como opera o algoritmo que efetua essa transformação.

   A partir da raiz da gramática, computar o conjunto dos símbolos que são gerados pela mesma, e assim sucessivamente, para todos os símbolos que fazem parte desse conjunto, até que nenhum novo símbolo seja acrescentado ao conjunto. Os símbolos que não fazem parte do conjunto são inacessíveis e podem ser eliminados da gramática, assim como as regras em que os mesmos comparecem.

   Exemplo:
   $S \rightarrow aB \mid a$, $B \rightarrow bB \mid b$, $C \rightarrow cC \mid c$
   $V_0 = \{S\}$, $V_1 = \{S,a,B\}$, $V_2 = \{S,a,B,b\}$, $V_3 = \{S,a,B,b\}$. Logo, $\{c,C\}$ são inacessíveis.

9. (1 ponto) Prove que a linguagem $\{a^i b^{2i} c^{3i} \mid i \geq 1\}$ não é livre de contexto.

   Seja $\gamma = a^n b^{2n} c^{3n}$, onde n é a constante do Pumping Lemma para as linguagens livres de contexto. Como $\gamma = uvwxy$, com $|vwx| \leq n$ e $|vx| \geq 1$, segue que vwx contém apenas um (a, b, c) ou dois (a e b ou b e c) símbolos diferentes. Qualquer que seja o caso a cadeia uwy não pertence à linguagem, pois há um desbalanceamento na quantidade de símbolos conforme a sua especificação.

10. (1 ponto) Descreva as principais diferenças entre a Máquina de Turing com fita limitada e os autômatos de pilha/finitos.

    (i) a cabeça de acesso efetua escritas além de leituras na fita de entrada, e por causa disso a fita de entrada funciona também como memória auxiliar;
    (ii) a cabeça de acesso pode se deslocar em ambos os sentidos (esquerda e direita).